

A. Maomao's Candy

本题首先要求出 Dudu 最多能走的步数。

当 $\min(n, m)=1$ 时, Maomao 一定能抓住 Dudu;

当 $\min(n, m) \geq 2$ 时, 若 $|r1-r2|+|c1-c2|$ 为奇数, 则 Maomao 永远抓不住 Dudu;

若 $\min(n, m)=2$ 且 $|r1-r2|+|c1-c2|$ 为偶数, Maomao 只要一直往 Dudu 所在方向走即可抓住 Dudu;

若 $\min(n, m) > 2$ 且 $|r1-r2|+|c1-c2|$ 为偶数, Maomao 只要将 Dudu 堵在地图四个角落之一即可抓住 Dudu。若两人当前位置 $|r1-r2|=|c1-c2|$ 时, Dudu 不可能跑到别的角落; 当 $|r1-r2|$ 不等于 $|c1-c2|$ 时, Maomao 按照尽快使得 $|r1-r2|=|c1-c2|$ 且令 $|r1-r2|+|c1-c2|$ 不断减少的策略走, 无论 Dudu 最终在哪个角落被抓住, Maomao 始终能保证以最少的步数接近该角落。而 Dudu 能做的是选择在哪一个角落被抓住。在 Dudu 能到达的角落中, Maomao 走到哪个角落所花步数最多, Dudu 最后将停留在哪个角落。Dudu 能不能走到某个角落视 Maomao 和 Dudu 的初始位置而定。

确定步数之后, Dudu 在每一步中的吃的糖果满足斐波那契数列。我们可以发现, Dudu 所吃糖果的总数也满足类似斐波那契数列的性质。Dudu 前 n 步所吃糖果总数 $F(n)$ 满足:

$$F(n)=G(n)-1;$$

$$G(1)=2; G(2)=3; G(n)=G(n-1)+G(n-2) \text{ (当 } n \geq 3 \text{ 时)}$$

矩阵快速幂求出即可。由于取模数字过大, 中间过程要用到慢速乘。

B. Dudu's maze

由于只有一个 magic portal, 先把当前所在的连通块的糖果全拿走, 之后在第一次遇到敌人的时候使用肯定是最优的。

先用并查集将没有敌人的点合并起来, 用一个数组存放该连通块所含点的数量 (称作权值), 再用搜索搜出和起点所在连通块相连的怪物点, 把这些怪物点枚举一下, 遍历连接这个怪物点的所有边, 求边的另一端的连通块的权值 (1 这个点所在连通块的权值要改为 0, 因为已经拿过了), 求和之后再除以与该点相连的边数, 取最大值, 加上 1 所在连通块的权重即可。

因为遇到敌人是随机选择边逃跑, 因此遇到重边的时候连通块的权值要累计多次。同时也是除以连接的边数而不是连接的连通块数量或者房间数量。拿到的糖果数量至少是 1 所在连通块的权重值, 不论经过哪里, 都一定能拿到那些糖果, 所以最后答案直接加上即可。

C. Dawn-K's water

完全背包加枚举, 设 $f[i]$ 表示恰好买 i 单位的水最少花费的价格 (如果无法恰好买 i 单位则赋值无穷大)

因为题目要求的是至少买 m 单位水的质量所花的最大价格, 并且答案价格小于 $1e4$, 所以在用完全背包求出所有的 $f[x]$ ($1 \leq x \leq 1e4$) 后

从 m 开始往后更新答案即可: 若 $ans \geq f[i]$, 则 $ans = f[i]$ ($m \leq i \leq 1e4$).

由于 n 的总和 $\leq 5e4$, 答案又保证了 $\leq 1e4$, 所以时间复杂度大概为 $O(5e8)$.

D. Fish eating fruit

题意: 树上任意两点之间的路径按照模 3 为 012 分类, 将两点间距离加和, 乘 2 即为答案。

根据模 3 的余数设计 dp 方程

$dp[i][k]$ 统计距 i 模 3 为 k 的子节点的数目

$fp[i][k]$ 统计距 i 模 3 为 k 的非子节点的数目 (父节点, 兄弟节点, 兄弟节点的子节点)

$ans[i][k]$ 统计距 i 模 3 为 k 的子节点到 i 的距离和

$fans[i][k]$ 统计距 i 模 3 为 k 的非子节点距离和

设计一下转移关系就可以过题了。

$dp[root][(j+z)\%3] = (dp[root][(j+z)\%3] + dp[k][j]) \% MOD;$

$ans[root][(j+z)\%3] = (ans[root][(j+z)\%3] + (ans[k][j] + (dp[k][j] * e[root][i].dist) \% MOD) \% MOD) \% MOD;$

$fp[k][(z+j)\%3] = (dp[root][j] - dp[k][(j-z+3)\%3] + fp[root][j] + MOD) \% MOD;$

$fans[k][(z+j)\%3] = (fans[k][(z+j)\%3] + (ans[root][j] - ans[k][(j-z+3)\%3] -$

$dp[k][(j-$

$z+3)\%3] * e[root][i].dist + 3 * MOD) \% MOD + fans[root][j] + fp[k][(z+j)\%3] * e[root][i].dist) \% MOD;$

答案就是所有节点的 $fans + ans$ 和。

E. Gugugu's upgrade schemes

首先容易看出这个数是集合的划分数, 即贝尔数, 对于贝尔数的预处理一般需要 $O(n^2)$ 的复杂度, 显然对于题目里的数据范围是不合适的, 但是我们观察到模数是一个小于 1000 的质数, 以此为突破口, 如果知道 Touchard 同余的话这题就迎刃而解了, Touchard 同余简而言之就是当 p 为质数时, 这样我们可以预

处理出小于 p 的贝尔数，然后通过记忆化的方式去搜索，因为考虑到递归过深可能爆栈，故此题限制 $n/p < 1000$.

PS: 出题人再次在这里各位道 (xie) 歉 (zui) 了，因为数据的原因，导致部分队伍 TLE 了，并在这题上浪费了太多时间，这里感谢 Clarifications 里有朋友能及时指出问题，让我们能及时修正错误，但给大家带来不好的参赛体验，真的是非常抱歉，不过还是欢迎大家能来参加 ICPC 沈阳站的，希望大家能在现场赛上取得好成绩!

F. Honk's pool

题意：每次挑出最大的，令其减一，然后挑出最小的，令其加一。共操作 K 次，求最大值和最小值的差。

考虑到 k 的范围，不能进行模拟，尝试去二分。

先求一下平均值，因为随着取水的次数，所有池塘的水量是趋于相同的。也就是超过平均值的池塘的水会变少，低于平均值的池塘的水会变多。

分别二分最后状态的水最多的池塘的水量和最少的水量。

我们二分到最后求出来的值就是在 K 次操作内最大值的最小值和最小值的最大值。

也就是在 K 步操作(以及之内)不可能将最大值和最小值的差进一步缩小，那么此时最大值和最小值的差就一定是最优的答案。

不过本题需要考虑好二分的边界。假设 K 足够大，那么最后一定能达到平均。

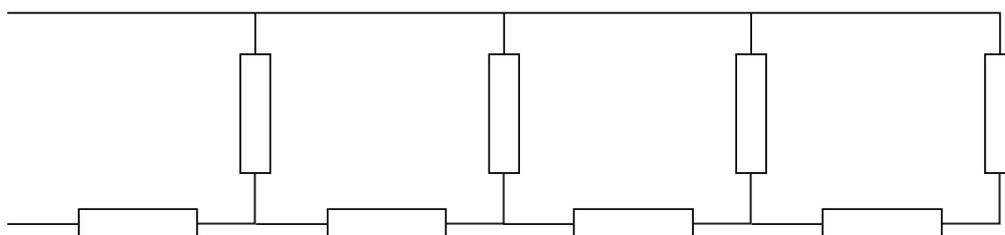
假设所有 a_i 的和为 sum ，如果 $sum \% n == 0$ ，则所有水池的水会一样多，此时最大值的下界和最小值的上界都是 sum/n 。

而如果不能整除，则最小值的上界不变，最大值的下界是 $sum/n + 1$ 。

G. Special necklace

本题有一定的物理背景。首先注意到红宝石的电阻是实心的，而任意两端点电阻阻值相等。所以可以构造电阻为三条完全相等的电阻首尾相连为一个三角形。（可以由电路原理验证）

之后可以由电路的等效变换将电路化为：



每边的电路为 a 。

之后可以由电流的递推关系得到一个电阻通项公式：

$$R = (\text{sqrt}(5) / (\text{pow}(\text{cur}, n) - 1) + (1 + \text{sqrt}(5)) / 2.0) * a$$

其中 $\text{cur} = (3 + \text{sqrt}(5)) / (3 - \text{sqrt}(5))$

但是 n 非常的大，以至于任何方式都处理不了。算出当 n 趋于正无限时，用

“加一个节等于原来的电阻”的方法可以得出： $R = (1 + \text{sqrt}(5)) / (2 * 1.0) * a$.

而当 n 大于等于 10 时，通项结果与 n 等于正无限时的电阻差值小于 $1e-6$ 。

得到这个结论之后，要么直接按照该公式书写，要么大胆的采用暴力模拟的方法就可以过题了。

H. Texas hold'em Poker

虽然题目描述复杂，但实际上只是情况较多，直接模拟即可，考虑到牌的数量只有 5 张并且各种情况也有限可以使用桶排序。

I. Self-game

由于所有局面的总数不是很大，我们可以把每一个局面看成点

对于一个局面因为有 ghh 行动和 gfh 行动两种不同的情况，可以把一个局面拆成两个点，

于是形成了一个二分图，对于 i 和 j 两个可以互相变换到的局面，在二分图中对称地连边。

如何知道一个局面是否为先手必胜呢？

其实求一个最大匹配就知道了，然后对 ghh 的先手局面 i 进行讨论：

如果 i 没有和任何点匹配，那么必败。（gfh 不断沿着实边匹配边走）

如果 i 与 j 匹配，当且仅当存在一条由 i 出发的交错路，满足在交换路上的实边与虚边之后，匹配数不变，这时才必败，否则必胜。（gfh 不断沿着虚边走）

具体实现可参看 std

注：也可以将一个局面两颗棋子的坐标 $(x1, y1, x2, y2)$ 按照和的奇偶性建立二分图，用类似的方法讨论，这样常数更小，不过鉴于复杂度是一个级别的，所以 std 就没有进行这样的改进了。

时间复杂度： $O(n * m + k * m)$

J. Ghh Matin

由于每个点的入度都等于出度，则这个图一定是一个或多个欧拉回路组成，要求从任意一个点出发最后都能回到自己，当且仅当所有回路的长度不超过 x 。

比起计算所有回路都不超过 x ，计算有一个回路超过 x 更容易，因为保证 $x \geq n/2$ ，

所以有一个回路长度为 x 和有一个长度为 $x+1$ 之类的事件是互斥的, 所以总概率是他们的和.

设 m 为回路长度, 当 $m > x$ 时, 只需要先选出 m 个点构成环, 剩下的元素再随机打乱就行

所以 $P(m) = c(m, n) * (m-1)! * (n-m)! / (n!) = 1/m$

所以所有长度不超过 x 的概率为 $1 - \sum_{x < i \leq n} p(i)$

K. Guanguan's Happy water

首先 $f[i] = a[i] \quad (1 \leq i \leq k)$

然后可以确定递推公式 $f[x] = f[x-1] * p[1] + f[x-2] * p[2] + \dots + f[x-k] * p[k];$
 $(x > k)$

由前 $2k$ 项可以构造方程组:

$$f[k+1] = f[k] * p[1] + f[k-1] * p[2] + \dots + f[1] * p[k]$$

$$f[k+2] = f[k+1] * p[1] + f[k] * p[2] + \dots + f[2] * p[k]$$

.....

$$f[2*k] = f[2*k-1] * p[1] + f[2*k-2] * p[2] + \dots + f[k] * p[k]$$

然后高斯消元求出这个 p 序列

根据之前求出的 p 的序列生成系数的矩阵 A 。

可以得到:

$$A^{n-k} * \begin{matrix} f[k] & f[n] \\ \dots & \dots \\ f[1] & f[n-k+1] \end{matrix} = \begin{matrix} f[k] & f[n] \\ \dots & \dots \\ f[1] & f[n-k+1] \end{matrix}$$

将 $n-k$ 个式子全列出来相加, 利用结合律会得到:

$$A^1 * \begin{matrix} f[k] \\ \dots \\ f[1] \end{matrix} + A^2 * \begin{matrix} f[k] \\ \dots \\ f[1] \end{matrix} + \dots + A^{n-k} * \begin{matrix} f[k] \\ \dots \\ f[1] \end{matrix} = (A^1 + A^2 + \dots + A^{n-k}) * \begin{matrix} f[k] \\ \dots \\ f[1] \end{matrix} = \begin{matrix} f[k] & f[k+1] + f[k+1] \dots \dots + f[n] \\ \dots & \dots \\ f[1] & f[2] + f[3] + \dots + f[n-k+1] \end{matrix}$$

因此只要求出 $A^1 + A^2 + \dots + A^{n-k}$ 就能得到 f 的前 n 项和。(就是求等比矩阵的前 $n-k$ 项和)

构造分块矩阵: $S = \begin{matrix} A & E \\ 0 & E \end{matrix}$

对 S 取幂可得:

$$S^2 = \begin{matrix} A^2 & A + E \\ 0 & E \end{matrix}, \quad S^3 = \begin{matrix} A^3 & A^2 + A + E \\ 0 & E \end{matrix}, \dots, S^x = \begin{matrix} A^x & A^{x-1} + \dots + A + E \\ 0 & E \end{matrix}$$

用矩阵快速幂算出 S^{n-k+1} , 右上角的部分减去 E , 就是 $A^1 + A^2 + \dots + A^{n-k}$, 然后根据前面推的关系得到答案。复杂度 $O((2 * k)^3 * \log(n))$